

Lista de exercícios sobre número de diagonais de um polígono

Exercício 1. Quantas diagonais possui um eneágono?

Exercício 2. Se a é o número de diagonais de um pentadecágono e b é o número de diagonais de um dodecágono, qual o valor da expressão $3a - 2b$?

Exercício 3. Um polígono tem 104 centímetros de perímetro e cada lado mede 13 cm. Calcule o número de diagonais desse polígono.

Exercício 4. Mostre, algebricamente, que o polígono cujo número de diagonais é igual ao número de lados é o pentágono.

Exercício 5. Qual o nome do polígono com número de diagonais três vezes maior que o número de lados?

Gabarito

Respostas do exercício 1

Um eneágono é um polígono de 9 lados, por tanto, $n = 9$.

Aplicando na fórmula do número de diagonais de um polígono, temos que:

$$\begin{aligned}d &= \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \\ \Rightarrow d &= \frac{9 \cdot (9 - 3)}{2} \\ \Rightarrow d &= \frac{9 \cdot 6}{2} \\ \Rightarrow d &= 27\end{aligned}$$

Então, um eneágono possui 27 diagonais.

Respostas do exercício 2

Um pentadecágono é um polígono de 15 lados, $n = 15$. Vamos calcular o número de diagonais:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$
$$\Rightarrow d = \frac{15 \cdot (15 - 3)}{2}$$
$$\Rightarrow d = \frac{15 \cdot 12}{2}$$
$$\Rightarrow d = 90$$

Como a é o número de diagonais desse polígono, então, $a = 90$.

Um dodecágono é um polígono de 12 lados, $n = 12$. Vamos calcular o número de diagonais:

$$\Rightarrow d = \frac{12 \cdot (12 - 3)}{2}$$
$$\Rightarrow d = \frac{12 \cdot 9}{2}$$
$$\Rightarrow d = 54$$

Portanto, $b = 54$.

Agora, vamos calcular o valor da expressão $3a - 2b$:

$$3a - 2b = 3 \cdot 90 - 2 \cdot 54 = 270 - 108 = 162$$

Respostas do exercício 3

Para calcular o número de diagonais, precisamos saber o número de lados.

O perímetro corresponde a soma das medidas de todos os lados de um polígono.

Assim, para saber o número de lados, basta dividir o perímetro pela medida de cada lado:

$$104 : 13 = 8$$

Portanto, o polígono tem 8 lados, é um octógono, $n = 8$.

$$\Rightarrow d = \frac{8 \cdot (8 - 3)}{2}$$

$$\Rightarrow d = \frac{8 \cdot 5}{2}$$

$$\Rightarrow d = 20$$

Respostas do exercício 4

Se em um polígono, o número de diagonais é igual ao número de lados, então, $n = d$.

Vamos substituir d por n na fórmula e calcular o valor de n . Se mostrarmos que $n = 5$, então, teremos mostrado que o pentágono é o polígono cujo número de lados é igual ao número de diagonais.

$$n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Multiplicando cruzado, temos que:

$$2n = n \cdot (n - 3)$$

$$\Rightarrow 2n = n^2 - 3n$$

$$\Rightarrow 2n - n^2 + 3n = 0$$

$$\Rightarrow 5n - n^2 = 0$$

$$\Rightarrow n(5 - n) = 0$$

Isso significa que $n = 0$ ou $(5 - n) = 0$.

Um polígono precisa ter no mínimo 3 lados, então, n não pode ser igual a 0. Prosseguimos com a segunda igualdade:

$$(5 - n) = 0 \Rightarrow -n = -5 \Rightarrow n = 5$$

Portanto, o polígono cujo número de diagonais é igual ao número de lados é o pentágono.

Respostas do exercício 5

Para saber o nome de um polígono, precisamos saber o número de lados.

Se o número de diagonais é 3 vezes maior que o número de lados, então, $d = 3n$.

Vamos substituir d por $3n$ na fórmula e calcular o valor de n .

$$3n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Multiplicando cruzado, temos que:

$$6n = n \cdot (n - 3)$$

$$\Rightarrow 6n = n^2 - 3n$$

$$\Rightarrow 6n - n^2 + 3n = 0$$

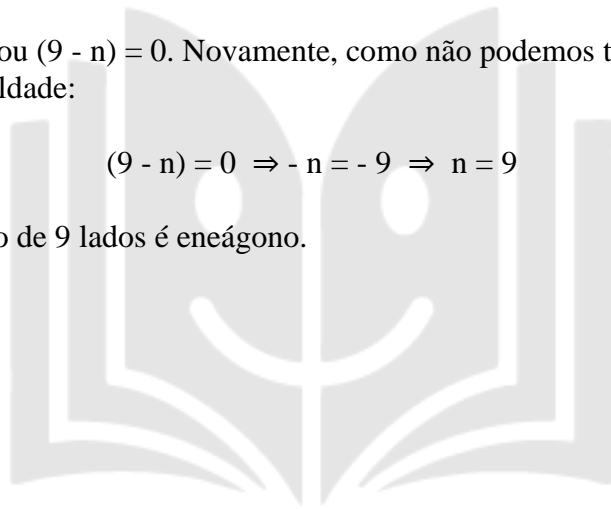
$$\Rightarrow 9n - n^2 = 0$$

$$\Rightarrow n \cdot (9 - n) = 0$$

Isso significa $n = 0$ ou $(9 - n) = 0$. Novamente, como não podemos ter $n = 0$, seguimos com a segunda igualdade:

$$(9 - n) = 0 \Rightarrow -n = -9 \Rightarrow n = 9$$

O nome do polígono de 9 lados é eneágono.



LER E APRENDER